

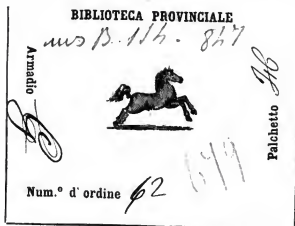
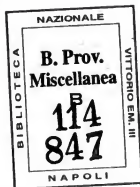
D' ANDREA
ARITMETICA FILOSOFICA

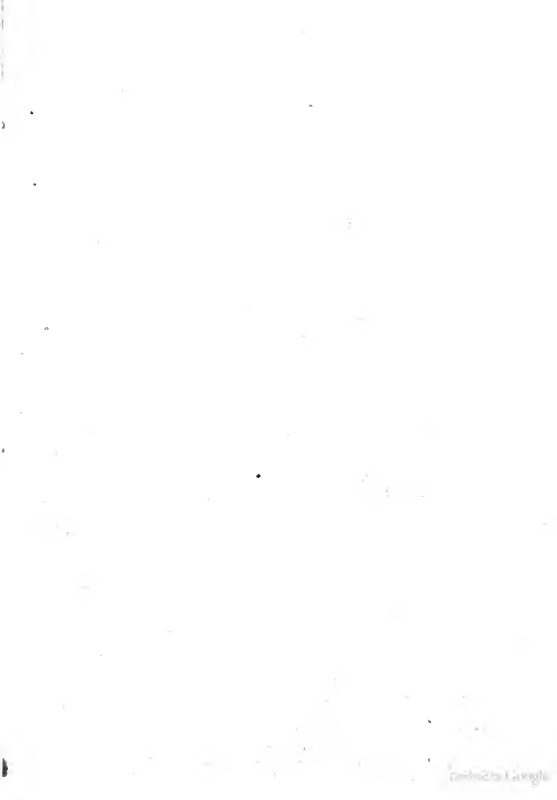
LE

v.
nea

4
7

VITTORIO EM. III





SBN 679362

ARITMETICA FILOSOFICA

OVVERO

ESPOSIZIONE

DE'

PRINCIPII GENERALI

DELL'ARITMETICA

DI

CARLO D'ANDREA

INGEGNERE DEL CORPO DI ACQUE E STRADE. PROFESSORE DI MECCANICA
APPLICATA NELLA SCUOLA DI APPLICAZIONE DEL DETTO CORPO, E NEL
R. COLLEGIO MILITARE, SOCIO RESIDENTE DELL'ACCADEMIA PONTANIANA,
E SOCIO CORRISPONDENTE DELLA R. ACCADEMIA DI BELLE ARTI.



NAPOLI

Stabilimento tipografico SEGUIN, Banchi Nuovi 15.

1845

*Le copie che non portano la firma dell'Autore si ri-
guardano come contraffatte.*

Le opere di Matematica destinate all'ammaestramento de' giovanetti sogliono esser così composte e ordinate, che una teorica dà origine e serve di sostegno a quella che segue, e il più sovente riduconsi a una catena di proposizioni, il cui legame è più o meno appariscente, secondo il metodo col quale la scienza viene esposta e trattata. Or l'Allievo che non ha ancora acquistata la forza di mente necessaria per tener dietro a una lunga serie di raziocinî, forza che l'abitudine alla meditazione e l'esercizio al ragionamento vanno per gradi infondendo, vedrà la dipendenza che una verità ha con quella che immediatamente la precede; ma a misura che va innanzi, ritiene a stento le relazioni colle parti lontane, e dopo un certo punto le perde affatto. Frattanto non si potrà dire, ch'egli siasi messo in possesso della scienza studiata, se non quando distinguendo quel ch'è principio da ciò ch'è conseguenza applicazione o sviluppo, e spogliando le parti principali dalle accessorie, e quelle in classi ordinando, queste in serie distribuendo, saprà tra i punti più rilevati della scienza la interrotta comunicazione ristabilire.

Per giungere a tanto, convien che si ritorni più volte sulle cose studiate, e che ad ogni ritorno si facciano nuove riflessioni e si scoprano nuove relazioni; e ciò si prosegua, finchè la mente possa con un sol atto abbracciar tutta la scienza e vederla come in un quadro delineata.

A facilitare una così importante operazione, per la quale si richiede grande penetrazione, intelligenza sviluppata, tempo e pazienza, questo ragionamento composi che col titolo di *Aritmetica filosofica* distinsi. In essa, col render le operazioni di calcolo indipendenti dalla forma particolare de' numeri e dal sistema di numerazione, ho inteso di richiamarle sotto un sol punto di vista, per mostrare ciò che hanno di comune e qual è il principio che le riunisce e congiunge; il che dovrà agli studiosi tornar di non poco profitto in questa parte delle matematiche, la quale sembra ridursi a una sequela di regole che per il loro numero e per la loro indole riuscir debbono di peso alla memoria e di noja alla intelligenza, quando non v'è il principio scientifico che le sostiene e abbellisce.

Oltre a tutto questo, può anche ad un altro oggetto quest'operetta opportunamente servire; ed è, che potrà in brev'ora ridursi alla memoria l'Aritmetica quegli che per mancanza di esercizio l'avesse dimenticata. E mi pare veramente, che le Opere di questo genere, dopo gl'inimitabili modelli che in cose di maggior elevatezza ci ha lasciato il celebre Laplace, sieno di un'utilità così riconosciuta che non siavi bisogno di altro argomento per dimostrarla.

Mi auguro quindi che il Pubblico vorrà con benignità accogliere questo primo saggio, che ne ho fatto in cosa nella quale assai più ne appariva il bisogno. Imperocchè l'Aritmetica trovandosi al principio di una scienza senza confini, riesce astrusa per la novità delle cose trattate; e d'altronde merita di esser con ogni diligenza apparsa e nelle sue più segrete parti ricercata, per un doppio riguardo; e perchè serve di fondamento alle dottrine che vengon dopo; e perchè il possedere molta speditezza di calcolo e aver confidenza coi numeri è cosa da tenersi in grandissimo pregio in un'epoca, in cui le matematiche non servono più per le vane speculazioni astratte e per gli oziosi problemi di scuola, ma per dare risultamenti numerici de' quali si possa far uso.

ARITMETICA FILOSOFICA

1. È *grandezza* o *quantità* tutto ciò che è capace di aumento o diminuzione calcolabile.

2. Due grandezze si dicono *omogenee* o della stessa specie, quando una di esse, ripetuta un sufficiente numero di volte, può eguagliare o superare l'altra; sono *eterogenee* nel caso contrario.

3. L'aumento o la diminuzione di una grandezza si conosce col confronto. Il quale può istituirsi o fra due stati diversi di una stessa grandezza, o fra due grandezze della medesima specie.

4. Il confronto può aver per oggetto o di conoscere l'ineguaglianza di due grandezze, o di determinare in che modo l'una può esser formata per mezzo dell'altra. Il risultamento del primo confronto si chiama *differenza*; quello del secondo, *rapporto*.

5. Nel secondo modo di paragonare, la grandezza che serve di termine di paragone a tutte quelle della medesima specie si chiama *unità*. Se una delle grandezze che si paragonano è l'unità, il rapporto si chiama *numero*.

6. Quando l'unità è conosciuta, il numero dà un'esatta idea della grandezza e ne esprime la *misura*. *Misurare* significa *trovare il rapporto di una grandezza con la sua unità*.

7. Una grandezza può esser considerata o mettendola in rapporto con altre della medesima specie, o isolatamente per conoscere le proprietà dipendenti dalla sua figura. Nel primo caso o è divisa o si concepisce divisa in parti; nel secondo si considera come un sol tutto senza divisioni di parti. Perciò la grandezza è *discreta* o *continua*.

8. La scienza che esamina le proprietà della grandezza o nello stato in cui è, o nelle sue variazioni, ad oggetto di misurarla, si chiama *Matematica*.

9. Due o più grandezze sono *commensurabili*, quando esiste una terza grandezza che può esser contenuta esattamente un certo numero di volte nelle grandezze date. Questa terza grandezza si chiama la *loro comune misura*. Due grandezze per le quali non esiste misura comune si dicono *incommensurabili*.

Due grandezze commensurabili possono aver molte misure comuni: di queste è utile aver la più grande.

10. Un numero è *intero* o *frazionario* secondo che la misura comune tra esse e l'unità è la stessa unità o una quantità minore dell'unità.

Dunque un numero intero si può considerare come la riunione di più unità, e un numero frazionario con la riunione di alcune unità con una porzione dell'unità.

Ogni porzione dell'unità si chiama *frazione*.

11. Un numero è *astratto*, se si riferisce ad un'unità non definita; e *concreto*, se è indicata l'unità.

12. La *differenza* fra due grandezze non può conoscersi se queste non sono espresse per mezzo della loro misura comune considerata come unità. Quindi il confronto che dà la differenza suppone già fatto quello che somministra il rapporto.

13. Il rapporto che una grandezza ha con un'altra, è uguale maggiore o minore dell'unità, secondo che la prima grandezza è uguale maggiore o minore dell'altra. Il rapporto, indicando in che modo una grandezza può esser formata per mezzo dell'altra, è indipendente dall'unità delle grandezze che si paragonano, e perciò è sempre numero astratto.

Dunque il rapporto non cambia, cambiando l'unità de' due numeri.

14. I numeri sono infiniti. Per scriverli tutti, conveniva immaginare un sistema che richiedesse l'uso di pochi caratteri. Di tutti i sistemi quello che mirabilmente corrisponde all'oggetto consiste nel dare alle cifre due valori; uno assoluto, l'altro di posizione; cioè nel far che ogni cifra esprima sempre lo stesso numero di unità, ma l'unità cui deve riferirsi cangi di grandezza secondo il posto. Si è convenuto che i posti sientino da destra verso sinistra,

e che l'unità vada crescendo o decrescendo con legge costante, secondo che si va da destra verso sinistra o al contrario. Il numero delle unità necessarie per formare un'unità dell'ordine immediatamente superiore è la *base* del sistema di numerazione. I caratteri sono quante le unità contenute nella base; e i numeri interi si scrivono addossando l'una cifra all'altra.

La scelta della base non influisce sul sistema, ma sull'uso che può farsene nel misurare, sulla facilità più o meno grande di concepire i numeri, e sul numero delle cifre che si richieggono per scriverli. Il numero delle cifre necessarie per rappresentare un numero è minore quando la base è più grande; ma questo vantaggio renderebbe difficile il concepir i numeri e combinarli. La base più utile è quella che senza esser molto grande presenta molti modi diversi di dividerla in parti eguali. Per poter leggere e comporre i numeri è necessario che il linguaggio, ossia la numerazione parlata, sia in corrispondenza esatta con la numerazione scritta. Introdotta una base, non si potrebbe cambiare per l'impossibilità di riformare una lingua.

15. I numeri frazionari, non essendo composti di sole unità intere, e dovendosi rapportare ad una misura comune minore dell'unità, non si possono scrivere senza adoperar due cifre: una, la quale esprima quante volte la misura comune è contenuta nel numero, e l'altra quante volte nell'unità; o in altri termini, perciò che queste sono delle grandezze rapportate ad una unità più piccola, una esprime che parte è questa nuova unità dell'unità principale, e l'altra è il numero di queste unità. Il primo che dà la denominazione all'unità si chiama *denominatore*; il secondo che numera le unità, *numeratore*.

16. Si rende inutile il denominatore, quando la grandezza dell'unità cui si riferisce il numeratore può essere indicata altrimenti. Ciò avviene ne' seguenti casi:

1° Quando la legge di decremento dell'unità segue il sistema di numerazione;

2° Quando si tratta di misure le cui suddivisioni sono conosciute.

Nel primo caso basta scrivere le cifre l'una a destra dell'altra, e fissare con un segno il posto dell'unità principale. Il segno adottato è una virgola. Nel sistema attuale le cifre poste a destra della virgola si chiamano *decimali*.

Nell'altro caso basta scrivere a fianco del numero il nome della misura. Tali numeri che contengono unità di diversa grandezza, non legate che da una dipendenza arbitrariamente stabilita, si chiamano *complessi*.

Dunque, come il sistema in uso è un caso particolare di un sistema ad una base qualunque, così questo è di un numero complesso.

17. Per passare da un'unità ad un'altra di quelle comprese nel sistema, basta trasportar la virgola. La nuova unità è più grande

o più piccola secondo che la virgola si trasporta verso la sinistra o verso la destra.

18. Il modo più semplice per comporre i numeri interi è quello di aggiungere l'unità a se stessa, poi a questo numero un'altra unità, e così aggiungendo sempre l'unità al numero ottenuto si può arrivare a quel numero che si vorrà. Ma siccome per ottenere il risultamento del confronto istituito fra due numeri è necessario scomporre, così da' due diversi modi di paragonare i numeri nascono pure due diverse maniere per comporli. Quindi le operazioni fondamentali e principali da farsi sui numeri si riducono necessariamente a quattro.

19. Allorchè ad un numero si aggiungono tante unità quante ne contiene un'altro, de' due numeri se ne forma un solo, che contiene tante unità, quante i due numeri presi insieme. Si chiama *addizione* l'operazione, e *somma* il risultamento di essa. I numeri dati sono le parti, e la somma è il tutto da esse formato.

20. L'operazione inversa, cioè quella in cui è dato il tutto e una delle parti si tratta di trovare l'altra parte, si chiama *sottrazione*. Or siccome questa operazione deve farsi togliendo dal numero più grande tante unità quante ne contiene il più piccolo, il risultamento dell'operazione si chiama *resto*, perchè è precisamente ciò che resta dal numero più grande dopo averne tolto il più piccolo; ed *eccesso* perchè mostra di quante unità il numero più grande supera il più piccolo. E poichè con la suddetta operazione si viene a stabilire un confronto fra i due numeri dati, dal quale si conosce se sono eguali o disuguali, il risultamento dell'operazione è precisamente la *differenza* (n° 4).

Queste tre voci, *resto*, *eccesso* e *differenza*, applicate al risultamento di una medesima operazione, si riferiscono al diverso modo di considerare la scomposizione di un numero in due parti, di cui una è data.

21. Da ciò segue che queste due operazioni, addizione e sottrazione, possono aver luogo solamente sopra numeri omogenei espressi per mezzo della stessa unità. Perciò le frazioni non possono sommarsì se non hanno lo stesso denominatore.

E se si tratta di numeri composti di parti rapportate ad unità di diversa grandezza, o bisogna esprimere queste parti colla stessa unità, o conviene operare separatamente sopra ciascun ordine di unità. In quest'ultimo caso nell'addizione importa che in ogni somma parziale si tolgano le unità dell'ordine immediatamente superiore e si riuniscano alla somma seguente; e nella sottrazione, quando il numero delle unità da sottrarsi è maggiore di quelle da cui si debbono sottrarre, conviene, per render possibile l'operazione, staccare un'unità dell'ordine superiore e riunirla a quella su cui

si sta operando. Questa condizione esige che l'operazione incominci dalle unità dell'ordine più piccolo e proceda da destra verso sinistra.

Ne' numeri interi, quantunque essi naturalmente si trovino espressi per mezzo della stessa unità, si preferisce di considerare ciascuna cifra come riferita ad un'unità diversa, affinchè l'operazione si riduca a quella de' numeri di una cifra.

Se si tratta di frazioni che hanno lo stesso denominatore, si opererà su i numeratori come se il denominatore non vi fosse; il quale resta nel risultamento per indicare la grandezza dell'unità de' numeri su cui si è operato.

Quindi, queste due operazioni comprendono due casi distinti; il primo è quello in cui i numeri o nella totalità o nelle loro diverse parti si possono esprimere sotto forma d'interi, e l'altro è quando i numeri si presentano sotto forma di frazioni con diverso denominatore. Nel primo caso l'operazione si esegue senza alcuna preparazione; nel secondo conviene preparare i numeri, ed esprimerli per mezzo della stessa unità, cioè ridurre le frazioni allo stesso denominatore.

22. Se per comporre un numero in vece di far uso dell'unità (n° 18) si adopera un altro numero, l'operazione si chiama *moltiplicazione*, la quale riducesi a *comporre un numero per mezzo di un altro, nel modo stesso che un altro numero si comporrebbe per mezzo de' l'unità*. Il risultamento dell'operazione si chiama *prodotto*, il numero che serve di elemento per la composizione del prodotto è il *moltiplicando*, e quello che paragonato con l'unità dà la norma per la composizione si chiama *moltiplicatore*. Il moltiplicando e il moltiplicatore sono i *fattori* del prodotto.

Da ciò si raccoglie, che in questa operazione il prodotto dev'esser sempre della stessa natura dell'elemento da cui deriva cioè del moltiplicando, e il moltiplicatore che si paragona all'unità astratta è sempre un numero astratto. Quindi i diversi casi della moltiplicazione dipendono dalla riduzione del moltiplicatore a numero astratto.

Se il moltiplicatore è numero incomplesso, si può senza difficoltà riguardare come numero astratto. Se è numero complesso, per farlo figurare da numero astratto, o bisogna metterlo sotto forma di numero frazionario, o considerare le sue diverse parti come frazioni astratte dell'unità principale.

Quindi tutti i casi della moltiplicazione si riducono a due, quello del moltiplicatore intero, e quello del moltiplicatore frazionario.

23. L'operazione inversa della precedente, cioè quella in cui dato il prodotto e uno de' fattori si cerca l'altro fattore, si chiama *divisione*. Il numero che corrisponde al prodotto si chiama *dividendo*; il fattore dato *divisore*; quello che si cerca, *quoziente*. La divisione ha dunque per oggetto di trovare un numero che moltiplicato pel divisore riproduca il dividendo.

Siccome nella moltiplicazione uno de' fattori è della stessa natura

del prodotto e l'altro è numero astratto, perciò se il fattore dato è della stessa natura del dividendo, il quoziente sarà numero astratto; e se il fattore dato è numero astratto, il quoziente sarà della stessa natura del dividendo.

Nel primo caso il quoziente, rappresentando in che modo il dividendo è composto per mezzo del divisore, esprimerà il loro rapporto, perciò che il risultamento del confronto di due grandezze della stessa specie, ossia il rapporto, è precisamente il numero che indica in che modo l'una è formata per mezzo dell'altra.

Quando poi il divisore è numero astratto, si tratterà di comporre per mezzo del dividendo un numero sulla stessa maniera che dal divisore si comporrebbe l'unità.

Quindi per far dipendere da un sol principio i diversi casi della divisione, si tratterà di ridurli tutti a quello in cui il divisore è numero astratto; il che si farà nel modo stesso che si segue nella moltiplicazione. E perciò la divisione comprende due casi distinti; quello in cui il divisore è intero, e quello in cui è frazionario.

24. Segue dalla natura stessa di queste due operazioni che per moltiplicare o dividere un numero per la base, basta trasportar le sue cifre di un posto verso la destra o verso la sinistra.

25. Quando il moltiplicatore è numero intero, la moltiplicazione riducesi a *ripetere* il moltiplicando tante volte quante unità contiene il moltiplicatore. I numeri che si formano per mezzo del moltiplicando ripetendolo, si chiamano i suoi *moltiplici*.

Se il moltiplicando è composto di diversi ordini di unità, fa d'uopo eseguir su ciascuna parte l'operazione, e poi riunire i risultamenti, col fare il riporto delle unità dell'ordine superiore, come nell'addizione.

Rispetto al moltiplicatore, siccome il prodotto dev'esser composto dal moltiplicando come il moltiplicatore è composto dall'unità, ne segue;

1° Che se il moltiplicatore è composto di diverse parti, il prodotto totale è uguale alla somma di tutti i prodotti risultanti dalle diverse parti del moltiplicatore;

2° Che se il moltiplicatore costa di più fattori, il prodotto totale si può ottenere facendo successivamente i prodotti pe' diversi fattori del moltiplicatore.

3° Che se il moltiplicatore si scompone nelle unità de' suoi diversi ordini, conviene fare i prodotti per le sue diverse cifre e classificarli secondo l'ordine delle unità del moltiplicatore.

Deriva da ciò che quest'operazione per rispetto al moltiplicando deve cominciar sempre dalla destra, e rispetto al moltiplicatore può cominciare o dalla destra o dalla sinistra.

26. Quanto alla divisione, se il divisore è intero, si deve riguardare il dividendo come risultante dalla somma de' diversi prodotti parziali che nascono moltiplicando il divisore per le diverse parti del quo-

ziente. Le quali si trovano scomponendo il dividendo in parti divisibili separatamente pel divisore. Questa scomposizione è facilissima, perocchè si stacca dal dividendo, cominciando dalla sinistra, una parte che contenga il divisore, in modo però che il quoziente sia di una sola cifra; trovata questa, che sarà dello stesso ordine del dividendo parziale, si farà il prodotto di essa pel divisore, e questo prodotto si sottrarrà dal dividendo parziale. Il resto che si ottiene, dovendo esser minore del divisore, si convertirà in unità dell'ordine immediatamente inferiore, e si unirà con le unità di quest'ordine: sarà questo un secondo dividendo parziale e l'operazione si proseguirà nello stesso modo.

Trattandosi di numeri interi, i dividendi parziali si trovano più facilmente; perchè basta addossare al resto la cifra seguente del dividendo.

27. Siccome in una frazione il denominatore è un segno per indicare la grandezza dell'unità del numeratore, ne segue che tutte le operazioni che non dipendono dalla grandezza dell'unità si eseguono sul numeratore come se il denominatore non vi fosse, e questo resta nel risultamento per far lo stesso ufficio.

Inoltre il denominatore indicando in quante parti è stata divisa l'unità, è evidente che dividere una sola unità e poi ripeterla tante volte quante unità contiene il numeratore equivale a dividere ciascuna unità del numeratore e poi riunire i risultamenti. Dunque una frazione è una divisione indicata, cioè è un quoziente rappresentato per mezzo de' suoi stessi elementi.

Dunque:

1° Si moltiplica una frazione pel suo denominatore, cancellandolo. Ma col sopprimere il denominatore si cambia unità; perciò la moltiplicazione corrisponde a un cambiamento di unità.

2° S'indica la divisione di un intero per un altro, scrivendo il divisore come denominatore. Ma il denominatore cambia l'unità; perciò la divisione è anche cambiamento di unità.

3° Viceversa, per cambiare unità bisogna fare una moltiplicazione o una divisione.

4° Un rapporto può essere rappresentato per mezzo di una frazione.

5° Un rapporto non cambia, cambiando l'unità de' suoi termini (n° 13); quindi se i termini di una frazione si moltiplicano o si dividono per lo stesso numero, la frazione non cambierà di valore.

6° Siccome le operazioni eseguite sul numeratore producono lo stesso effetto che sull'interi, segue dal coroll. preced. che quelle sul denominatore debbono produrre effetto contrario. Quindi moltiplicando il denominatore, si divide la frazione; e dividendolo, si moltiplica.

7° Perciò si moltiplica una frazione per un intero o moltiplicando il suo numeratore o dividendo il denominatore; e si divide, o dividendo il numeratore, o moltiplicando il denominatore.

8° Una frazione si rende più semplice dividendo per qualche numero i suoi termini.

9° Potendo una frazione esser espressa sotto infinite forme differenti e conservare lo stesso valore, sarà facile esprimere con lo stesso denominatore molte frazioni che lo hanno diverso. Il denominatore comune sarà il più piccolo numero divisibile per tutti i denominatori.

10° Perchè una frazione si ottiene dividendo l'unità pel denominatore e ripetendo il quoziente tante volte quante unità contiene il numeratore, eseguendo su questa frazione operazioni contrarie si ritornerà all'unità. Chiamando *inverse* due frazioni composte degli stessi termini inversamente scritti, si vede che si passa da una frazione all'unità moltiplicandola per la frazione inversa.

28. Fissata così la natura e le proprietà delle frazioni, si ricava immediatamente :

1° Che per sommare o sottrarre più frazioni con diverso denominatore, bisogna prima ridurle allo stesso denominatore, cioè esprimerle per mezzo della stessa unità ;

2° Che si moltiplica un numero qualunque per una frazione, moltiplicandolo pel numeratore e dividendolo pel denominatore ;

3° Che si divide un numero per una frazione, moltiplicandolo per la frazione inversa, cioè moltiplicandolo pel denominatore e dividendolo pel numeratore.

4° Che siccome la divisione si riduce a moltiplicazione invertendo il divisore, la moltiplicazione si cambierà in divisione dividendo un fattore per la frazione inversa dell'altro fattore.

29. I quattro termini di due rapporti eguali costituiscono una *proporzione*.

I primi termini di ogni rapporto si chiamano *antecedenti* ; e i secondi, *consequenti*.

Un rapporto esprimendo in che modo un numero può esser formato per mezzo di un altro, ne segue, che nella moltiplicazione, l'unità, il moltiplicatore, il moltiplicando e il prodotto formano una proporzione ; e nella divisione, il dividendo, il quoziente, il divisore e l'unità formano una proporzione.

30. È una conseguenza necessaria dell'eguaglianza de' rapporti che se in una proporzione gli antecedenti sono eguali, anche i conseguenti saranno eguali ; e viceversa.

Poichè un rapporto non cambia, moltiplicando i suoi termini per un medesimo numero (n° 15), ne segue che se in una proporzione si moltiplicano i primi due termini per l'antecedente del secondo rapporto, e gli altri due termini per l'antecedente del primo rapporto, ne risulta una proporzione che ha gli antecedenti eguali ; perciò i conseguenti saranno pure eguali. E si ha il primo conseguente moltiplicato pel secondo antecedente, eguale al primo antecedente moltiplicato pel secondo conseguente ; cioè : in ogni proporzione il prodotto de' termini estremi è uguale al prodotto de' medii.

31. Da questa proprietà risulta :

1° Che si possono cambiar di posto i termini di una proporzione, purchè gli stessi due termini restino o sempre in mezzo o sempre negli estremi ;

2° Che dati i primi tre termini, per trovare il quarto, fa d'uopo moltiplicare i due medii e dividere il prodotto per l'estremo.

32. Siccome un rapporto non cambia dividendo i suoi termini per un medesimo numero, e i termini medii si possono cambiar di posto, ne segue :

1° che si possono dividere i due antecedenti o i due conseguenti per un medesimo numero :

2° che quando trattasi di trovare il quarto proporzionale, conviene prima sopprimere i divisori comuni, o de' primi due termini, o de' due antecedenti ;

3° che quando per questa operazione un termine si riduce all'unità, la ricerca del quarto proporzionale riducesi o ad una moltiplicazione o ad una divisione ;

4° che siccome un termine si può sempre ridurre all'unità, esprimendo un altro termine sotto forma di frazione, la moltiplicazione o la divisione di un intero per una frazione corrisponde alla ricerca di un quarto proporzionale.

33. Quando vi sono molte proporzioni che hanno un rapporto comune, giova esprimer questo rapporto sotto forma di frazione, perchè allora questa frazione diviene un *modulo* comune che abbrevia la ricerca dei quarti proporzionali ; siccome ha luogo nella regola di società.

34. Potendosi un rapporto anche esprimere sotto forma di frazione, se si hanno molte proporzioni, si avrà una serie di frazioni rispettivamente eguali ad altre frazioni. Quindi il prodotto di tutte le prime frazioni sarà eguale al prodotto di tutte le seconde ; cioè il rapporto *composto* da' primi sarà eguale al rapporto composto da' secondi ; o in fine quando si hanno molte proporzioni, e si moltiplicano i termini in corrispondenza, i prodotti formeranno una proporzione.

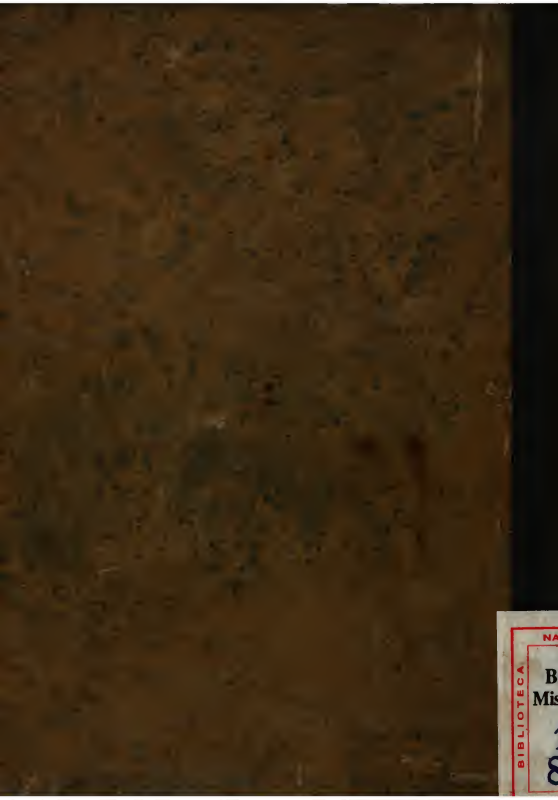
Di qui si deduce come possa trovarsi un termine che dipende da molte proporzioni.











BIBLIOTECA

NA

B.
Mis

8